

## **MODEL OPTIMASI PENJADWALAN PRODUKSI *FLOWSHOP* DENGAN WAKTU PROSES DINAMIS**

**Joko Sulistio**

*Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri, Universitas Islam Indonesia  
Kampus UII Terpadu, Jl.Kaliurang Km.14,5, Sleman, Yogyakarta*

### **ABSTRACT**

*In a mass production system, work stations are designed based on the production process flow. This layout is called flowshop. The advantage of flowshop lies on its simple material flow. Therefore, the material transportation time can be minimized and the total production time is shortened respectively. Generally, flowshop scheduling applies Johnson algorithm, Campbell, Dudek and Smith (CDS). Nevertheless, those algorithms are just an approach. Therefore it can't provide an optimal solution. This article explains the flexible flowshop scheduling with Mixed Integer Programming (MIP). Every part type scheduled will not enter the same work station and some work stations are served manually by an operator that leads to a dynamic process time. Simulation is applied to estimate the process time in those work stations. A case study is utilized for this purpose. The makespan of the proposed model exhibits a 14 minutes shorter than the initial time.*

*Keywords: Scheduling, Flexible Flowshop, Optimization, Makespan, Mixed Integer Programming.*

### **1. PENDAHULUAN**

Persaingan global menuntut semua pemain industri dapat mengaktifkan dan mengoptimalkan operasional produksinya. Dalam sistem produksi massal, salah satu usaha yang ditempuh untuk mengaktifkan dan mengoptimalkan operasional produksinya adalah dengan mengatur tata letak fasilitas produksi dalam beberapa stasiun kerja (*Work Station / WS*), dan kemudian menyusun semua WS dengan tata letak *flowshop*.

Sebuah jadwal adalah alokasi dari satu atau lebih interval waktu untuk menyelesaikan setiap pekerjaan dengan menggunakan satu atau beberapa mesin. Jadwal dapat direpresentasikan dengan *Gantt chart* yang dapat disusun dengan cara *Machine - Oriented* atau *Job Oriented*. Permasalahan yang hendak diselesaikan dengan penjadwalan adalah mencari sebuah jadwal dengan mempertimbangkan beberapa batasan (Brucker, 2006). Penjadwalan adalah sebuah aktivitas mengalokasikan sumber daya yang terbatas untuk melakukan tugas tertentu dan memiliki peran yang sangat signifikan dalam sistem manufaktur. Menjadwalkan dan memproduksi produk yang

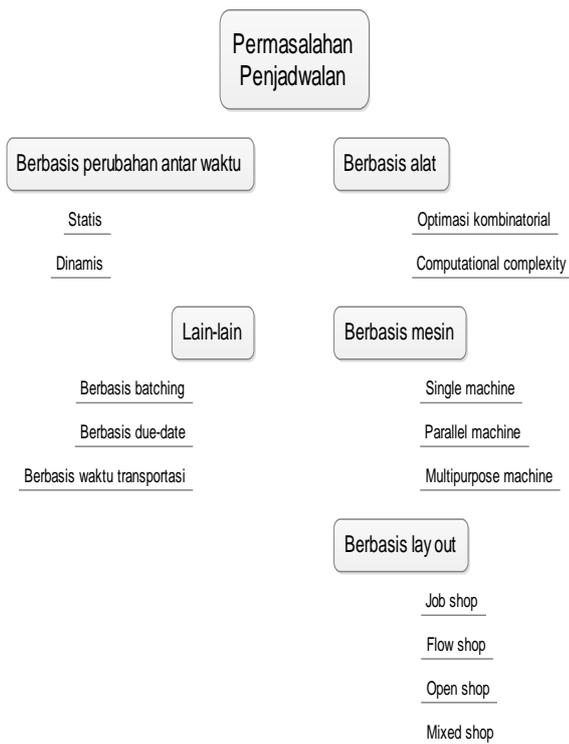
bervariasi, menambah kompleksitas sebuah proses produksi (Zandieh & Karimi, 2011).

Teori penjadwalan didefinisikan sebagai proses pengambilan keputusan dengan tujuan untuk melakukan beberapa pekerjaan dengan sumber daya yang terbatas. Hal itu dilakukan dengan mengoptimasi satu atau lebih kriteria kinerja. Penjadwalan *flowshop* adalah satu area yang sangat sering dipelajari dalam teori penjadwalan khususnya yang menyangkut persoalan optimasi dengan kombinasi beberapa faktor. Penjadwalan *flowshop* terdiri dari  $n$  pekerjaan yang harus dikerjakan pada  $m$  mesin secara serial (Solano-Charris, et al., 2011).

### **2. KAJIAN LITERATUR**

Beberapa persoalan penjadwalan dapat diselesaikan secara cukup efisien dengan menggunakan penghitungan optimasi kombinatorial seperti *Linear Programs*, *Maximum Flow Problems*, atau *Transportation Problems*. Beberapa yang lain dapat diselesaikan dengan menggunakan teknik yang umum seperti *Dynamic Programming* dan *Branch - and - Bound*

*Methods.* Teori kompleksitas memberikan *Framework* matematis dimana perhitungan-perhitungan dapat diklasifikasikan menjadi *easy* atau *hard*. Dengan *framework* tersebut dikenal penyelesaian penjadwalan dengan perhitungan-perhitungan untuk kelas *P*, *NP*, *NP-complete* dan *NP-Hard*. Penyelesaian permasalahan penjadwalan juga dapat dilakukan dengan melihat apakah penjadwalan tersebut melibatkan *single machine* atau *parallel machine* (Brucker, 2006). Secara umum, penyelesaian klasifikasi permasalahan penjadwalan dapat dilihat pada gambar 1.



Gambar 1. Klasifikasi Permasalahan Penjadwalan. Sumber: Diolah Dari (Brucker, 2006).

Kompleksitas aktifitas penjadwalan akan bertambah karena banyak faktor yang dapat berdampak pada kinerja proses produksi. Banyak penelitian yang menawarkan solusi atas beberapa faktor yang menyebabkan kompleksitas tersebut. (Mirabi, et al., 2013) memberikan solusi ketika proses produksi menghadapi kondisi mesin yang mengalami kerusakan pada saat beroperasi sehingga tidak akan dapat selalu dipergunakan didalam periode produksi. Peneliti mencoba

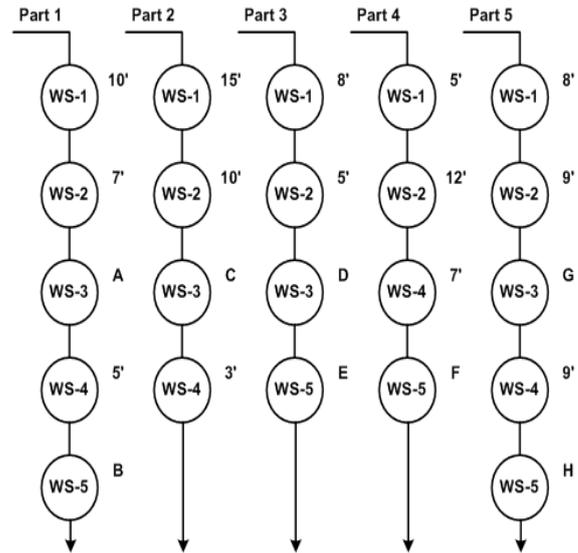
menyelesaikan permasalahan penjadwalan *flowshop* dua tahap dengan menghadapi kemungkinan kondisi mesin mengalami kerusakan. Kemungkinan mesin mengalami kerusakan tergantung pada proses yang dilakukan sebelumnya. Permasalahan penjadwalan *flowshop* dua tahap juga dicoba diselesaikan dengan mengaplikasikan *Mathematical Programming* (Dhouib, et al., 2013). *Hybrid Flowshop Scheduling* (HFS) diaplikasikan untuk menyelesaikan persoalan tersebut. Selain itu, proses produksi juga memungkinkan adanya pengerjaan ulang dari produk yang dihasilkan karena beberapa penyebab. *Ant Colony Optimization* digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Dari perbandingan beberapa metode *heuristic*, *ant colony optimization* dinilai memberikan hasil yang lebih. HFS juga menjadi isu yang diangkat oleh (Solano-Charris, et al., 2011). Tujuan pada penelitian tersebut adalah untuk meminimasi *makespan* dan total waktu penyelesaian pekerjaan. Metode *heuristic* juga digunakan oleh (Jaehwan, 2011) dengan tujuan yang sama. (Jolai, et al., 2014) menawarkan solusi dengan menggunakan algoritma *Enhanced Invasive Weed Optimization* (EIWO) untuk mengatasi penjadwalan yang menghadapi kompleksitas dengan adanya waktu pengerjaan ulang, waktu transportasi yang menggunakan conveyor diantara dua tahapan dalam proses produksi yaitu perbedaan waktu kesiapan mengerjakan dan waktu setup. Hasil dari eksperimen dan analisis statistik menunjukkan bahwa EIWO efektif untuk menyelesaikan persoalan tersebut. Sebuah algoritma yang berbasis pada metode Tabu dikembangkan oleh (Mehravaran & Logendran, 2011) untuk meminimasi persediaan *work - in - process* ketika memaksimalkan *service level* konsumen didalam rantai pasok. Penelitian yang serupa juga dilakukan oleh (Bozorgirad & Logendran, 2013). Beberapa peneliti memandang *flowshop scheduling* sebagai permasalahan *NP-Hard*, diantara yang mencoba menyelesaikannya adalah (Xuan & Li, 2013), (Mor & Mosheiov, 2014),

(Hwang, et al., 2014), (Wu, et al., 2013), (Höhn, et al., 2012).

Dari pemaparan beberapa penelitian di atas, belum ada yang mempertimbangkan waktu pengerjaan pada stasiun kerja yang dinamis. Penjadwalan dalam sistem produksi *flowshop* biasanya dilakukan dengan menggunakan algoritma Johnson atau Campbell, Dudek and Smith (CDS). Akan tetapi, algoritma tersebut hanyalah algoritma pendekatan sehingga tidak ada jaminan solusi yang dihasilkan adalah solusi yang optimal. Makalah ini memaparkan mengenai model penjadwalan produksi *flowshop* fleksibel (*Flexible Flowshop*) menggunakan *Mixed Integer Programming* (MIP). Sedangkan pendekatan yang digunakan untuk mengekspektasikan waktu proses dalam stasiun kerja yang dinamis adalah pendekatan simulasi. Simulasi mencoba membuat imitasi dari sebuah sistem yang nyata dengan menangkap karakteristik dinamis. Metode ini menggunakan pendekatan *what - if* dengan terlebih dahulu membuat model yang kredibel. Meskipun ditujukan untuk menyelesaikan persoalan yang kompleks, simulasi juga dapat digunakan untuk mengujikan solusi numerik dari sebuah model optimasi ( Banks, et al., 2009).

### 3. MODEL OPTIMASI

Data Peta Proses Operasi (*Operations Process Chart / OPC*) dari setiap part yang akan diproduksi adalah seperti yang ditunjukkan oleh gambar 2. Terdapat 2 stasiun kerja (*Work Station / WS*) yang dikerjakan secara manual oleh operator, yaitu WS-3 dan WS-5, sedangkan WS yang lain dikerjakan oleh mesin – mesin otomatis. Untuk mengekspektasi waktu proses setiap part di WS-3 dan WS-5, maka dilakukan studi waktu menggunakan *stopwatch*. Kemudian dari data yang terkumpul, akan diidentifikasi distribusi statistiknya untuk dilakukan simulasi. Tabel 1 menunjukkan distribusi data setiap *part* dalam setiap WS manual.



Gambar2. OPC Dari Setiap Part.

Tabel 1. Hasil Studi Waktu Proses untuk WS-3 dan WS-5.

Waktu Proses	Distribusi
A	Normal (R = 7, SD = 3)
B	Uniform (BB = 3, BA = 5)
C	Normal (R = 10, SD = 5)
D	Normal (R = 9, SD = 3)
E	Uniform (BB = 9, BA = 13)
F	Uniform (BB = 3, BA = 7)
G	Normal (R = 5, SD = 2)
H	Uniform (BB = 7, BA = 10)

Catatan: R = Rata - rata, BB = Batas Bawah, BA = Batas Atas

Simulasi dilakukan menggunakan perangkat lunak *Microsoft Excel*, yaitu dengan cara membangkitkan bilangan acak sesuai dengan distribusi data setiap waktu proses di WS-3 dan WS-5 di atas, dan kemudian dilakukan simulasi *sampling* sebanyak 30 kali. Hasil dari simulasi kemudian dirata - rata dan dijadikan ekspektasi waktu proses untuk setiap *part* di WS-3 dan WS-5.

Langkah berikutnya adalah dilakukan pembangunan model MIP dengan tujuan untuk meminimasi total waktu penyelesaian semua *part* di WS terakhir. Berikut adalah model MIP yang diusulkan.

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^5 C_{j,5} \dots \dots \dots (1)$$

Dengan batasan :

$$S_j \geq 0, \forall j, j = 1, 2, 3, \dots, 5 \quad (1)$$

$$C_{j,m} = S_{j,m} + t_{j,m}, \forall j, j = 1, 2, 3, \dots, 5; \forall m, m = 1, 2, 3, \dots, 5 \quad (2)$$

$$S_{j,m} \geq C_{j,m-1}, \forall j, j = 1, 2, 3, \dots, 5; \forall m, m = 2, 3, \dots, 5 \quad (3)$$

$$C_{j,m} - C_{k,m} + B(1 - Y_{jk}) \geq t_{j,m}; \forall j, j \neq k, j = 1, 2, 3, \dots, 5; \forall k, k \neq j, k = 1, 2, 3, \dots, 5; \forall m, m = 1, 2, 3, \dots, 5 \quad (4)$$

$$C_{k,m} - C_{j,m} + B(Y_{kj}) \geq t_{k,m}; \forall j, j \neq k, j = 1, 2, 3, \dots, 5; \forall k, k \neq j, k = 1, 2, 3, \dots, 5; \forall m, m = 1, 2, 3, \dots, 5 \quad (5)$$

$$Y_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{jika part } j \text{ mendahului part } k \\ 0, & \text{yang lainnya} \end{cases} \forall j, j \neq k, j = 1, 2, \dots, 5; \forall k, k \neq j, k = 1, 2, \dots, 5 \quad (6)$$

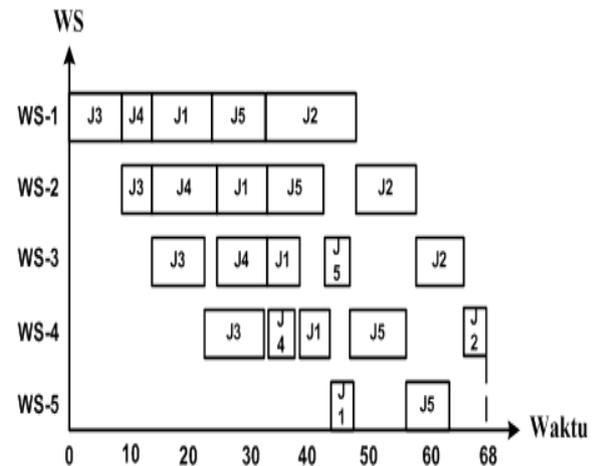
$$Y_{jk} + Y_{kj} = 1, \forall j, j \neq k, j = 1, 2, 3, \dots, 5; \forall k, k \neq j, k = 1, 2, 3, \dots, 5 \quad (7)$$

dimana :

- $j, k$  : Indeks Part.
- $m$  : Indeks WS.
- $S$  : Starting Time Part.
- $C$  : Completion Time Part.
- $t$  : Waktu Proses Part.
- $B$  : Sebuah bilangan besar, dalam makalah ini digunakan  $B = 200$ .
- $Y$  : Variabel keputusan biner untuk menentukan Sequence dari Part.

Fungsi tujuan yang digunakan adalah meminimasi total waktu penyelesaian semua job di mesin terakhir, yaitu mesin 5. Batasan pertama adalah untuk memastikan bahwa semua part akan dimulai saat  $t \geq 0$ . Batasan kedua menerangkan persamaan untuk mencari completion time part j di mesin m. Batasan ketiga digunakan untuk memastikan bahwa sebuah part dapat diproses dalam sebuah WS hanya apabila telah selesai diproses di WS sebelumnya. Batasan ke-4 dan ke-5 digunakan untuk memastikan waktu yang cukup untuk mengerjakan part-part dalam sebuah WS. Batasan ke-6 adalah untuk memastikan bahwa variabel keputusan Y adalah bilangan biner dan batasan ke-7 untuk memastikan bahwa sequence part yang dihasilkan adalah layak.

Setelah model MIP dibangun, kemudian model tersebut diterjemahkan kedalam model perangkat lunak Lingo, dan kemudian diselesaikan menggunakan perangkat lunak tersebut. Hasil yang diperoleh adalah sequence pemrosesan part yaitu part - 3, part - 4, part - 1, part - 5 dan part - 2. Peta Gantt hasil penjadwalan dapat dilihat pada gambar 3.



Gambar 3. Peta Gantt Hasil Penjadwalan.

Dari Gambar 3 di atas dapat diketahui bahwa makespan penjadwalan adalah sebesar 68 menit. Sequence part yang ada dalam industri tersebut sekarang adalah part - 1, part - 2, part - 3, part - 4 dan part - 5. Makespan penjadwalan dengan sequence tersebut adalah 82 menit. Dengan demikian makespan yang dihasilkan model yang diusulkan lebih pendek 14 menit, atau ada perbaikan sebesar 17.07%.

#### 4. PEMBAHASAN

Dari peta Gantt yang ada pada gambar 2 terlihat bahwa part-part dengan waktu proses yang relatif pendek di WS awal cenderung untuk diproses seawal mungkin. Sedangkan part-part dengan waktu proses yang pendek di WS akhir dikerjakan seakhir mungkin. Ini sesuai dengan konsep algoritma Johnson dalam mencoba mengurangi makespan. Sehingga, dapat dikatakan bahwa model MIP yang diusulkan terbukti dapat memberikan solusi yang optimal dari kasus yang dihadapi.

## 5. KESIMPULAN DAN SARAN

Dari paparan di atas dapat disimpulkan bahwa waktu proses yang dinamis dari suatu proses produksi yang diakibatkan karena pekerjaan manual dapat dimodelkan menggunakan simulasi. Model MIP dapat digunakan untuk memodelkan kasus penjadwalan produksi *flowshop* fleksibel dengan waktu proses yang dinamis. Saran untuk penelitian selanjutnya adalah perlu dilakukan analisis sensitifitas terhadap waktu proses yang dinamis yang dapat mengubah keputusan penjadwalan.

## DAFTAR PUSTAKA

- Banks, J., Carson II, J. S., Nelson, B. L. & Nicol, D. M., *Discrete-Event System Simulation*. 5th ed. s.l.:Prentice Hall, 2009.
- Bozorgirad, A. M. & Logendran, R., *Hybrid flowshop scheduling problem with a bi-criteria objective and group technology assumption*. San Juan, Process Industries Track, 2013.
- Dhouib, E., Teghem, J. & Loukil, T., Minimizing the Number of Tardy Jobs in a Permutation Flowshop Scheduling Problem with Setup Times and Time Lags Constraints. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, Volume 12, p. 85–99, 2013.
- Höhn, W., Jacobs, T. & Megow, N., On Eulerian extensions and their application to no-wait flowshop scheduling. *Journal of Scheduling*, Volume 15, p. 295–309, 2012.
- Hwang, F., Kovalyov, M. & Lin, B., Scheduling for fabrication and assembly in a two-machine flowshop with a fixed job sequence. *Annals of Operations Research*, Volume 217, p. 263–279, 2014.
- Jaehwan, Y., Customer Order Scheduling in a Two Machine Flowshop. *International Journal of Management Science*, 17(1), pp. 95–118, 2011.
- Jolai, F., Moghaddam, R. T., Rabiee, M. & Gheisariha, E., An enhanced invasive weed optimization for makespan minimization in a flexible flowshop scheduling problem. *Scientia Iranica*, 21(3), p. 1007–1020, 2014.
- Mehravarani, Y. & Logendran, R., *Bicriteria Flowshop Scheduling with Sequence-Dependent Setups in a Supply Chain*. Corvallis, s.n, 2011.
- Mirabi, M., Ghomi, S. M. T. F. & Jolai, F., A two-stage hybrid flowshop scheduling problem in machine breakdown condition. *Journal of Intelligent Manufacturing*, Volume 24, p. 193–199, 2013.
- Mor, B. & Mosheiov, G., Polynomial time solutions for scheduling problems on a proportionate flowshop with two competing agents. *Journal of the Operational Research Society*, Volume 65, p. 151–157, 2014.
- Solano-Charris, E. L., Montoya-Torres, J. R. & Paternina-Arboleda, C. D., Ant colony optimization algorithm for a Bi-criteria 2-stage hybrid flowshop scheduling problem. *Journal of Intelligent Manufacturing*, Volume 22, p. 815–822, 2011.
- Wu, C.-C., Yin, Y. & Cheng, S.-R., Single-machine and two-machine flowshop scheduling problems with truncated position-based learning functions. *Journal of the Operational Research Society*, Volume 64, p. 147–156, 2013.
- Xuan, H. & Li, B., Scheduling dynamic hybrid flowshop with serial batching machines. *Journal of the Operational Research Society*, Volume 64, p. 825–832, 2013.
- Zandieh, M. & Karimi, N., An adaptive multi-population genetic algorithm to solve the multi-objective group scheduling problem in hybrid flexible flowshop with sequence-dependent setup times. *Journal of Intelligent Manufacturing*, Volume 22, p. 979–989, 2011.